PRE TECH

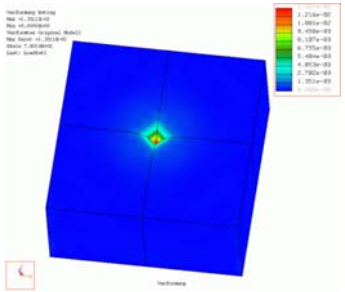
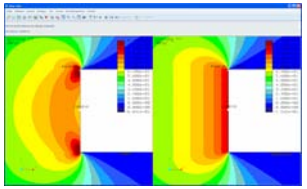
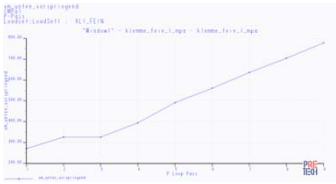
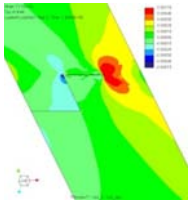
Die Finite Elemente Methode (FEM) gibt es seit über 50 Jahren

Aber es gibt bis heute kein Regelwerk oder allgemein gültige Vorschriften/Normen für die Anwendung von FEM-Analysen !

Es gibt nur sehr vereinzelt Empfehlungen für die Vermeidung von Singularitäten – aber viele werten solche Stellen aus !

All rights reserved – Copyright per DIN 34

Numerische Singularitäten bei FEM-Analysen

Dr. Stefan Reul, PRETECH GmbH

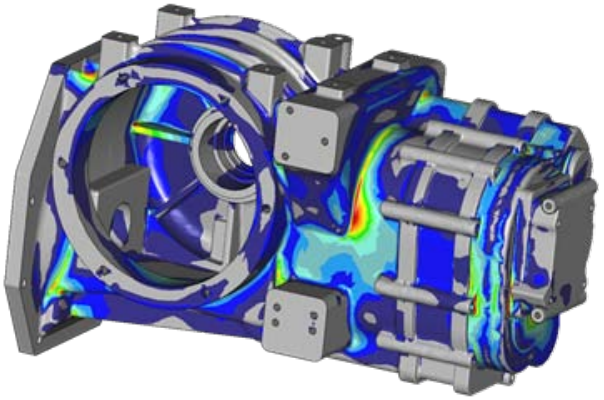
SAXSIM 2012, Chemnitz

17. April 2012

All rights reserved – Copyright per DIN 34

Diskussionspunkte

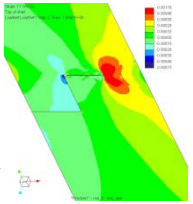
- Was ist eine numerische Singularität ?
- Wie real sind Singularitäten ? Warum ist es wichtig diese zu beachten ?
- Vermeiden nicht-lineare Materialgesetze Singularitäten ?
- Arten der Singularitäten
- Wie erkennt man potentielle Singularitäten ?
- Maßnahmen gegen Singularitäten
- Beispiel
- Fazit



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Was ist eine numerische Singularität ?

- Theorien/Gesetze werden mathematisch formuliert, Regeln selten
- Alle Theorien werden nur innerhalb eines bestimmten Gültigkeitsbandes formuliert
- Oft kommt es an den „Rändern“ dazu, dass die zu betrachtenden Größen singulär werden, d.h. hier gilt die „Theorie“ nicht mehr
- Wird z.B. eine Größe auf einen Querschnitt bezogen, der gegen Null läuft, so wird die Größe unendlich -> singulär
- Ein „schönes“ Beispiel ist dazu eine Rißspitze; der Querschnitt ist praktisch Null; hier gelten eigentlich molekulare, atomistische oder Korngrenzen-Effekte und nicht mehr die „normale“ Strukturmechanik

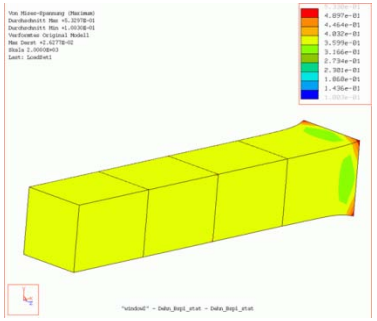


- D.h. Singularitäten treten in der Regel immer dann auf, wenn geometrische Details nicht korrekt berücksichtigt werden (können)

All rights reserved – Copyright per DIN 34

Wie real sind Singularitäten ? Warum ist es wichtig diese zu beachten ?

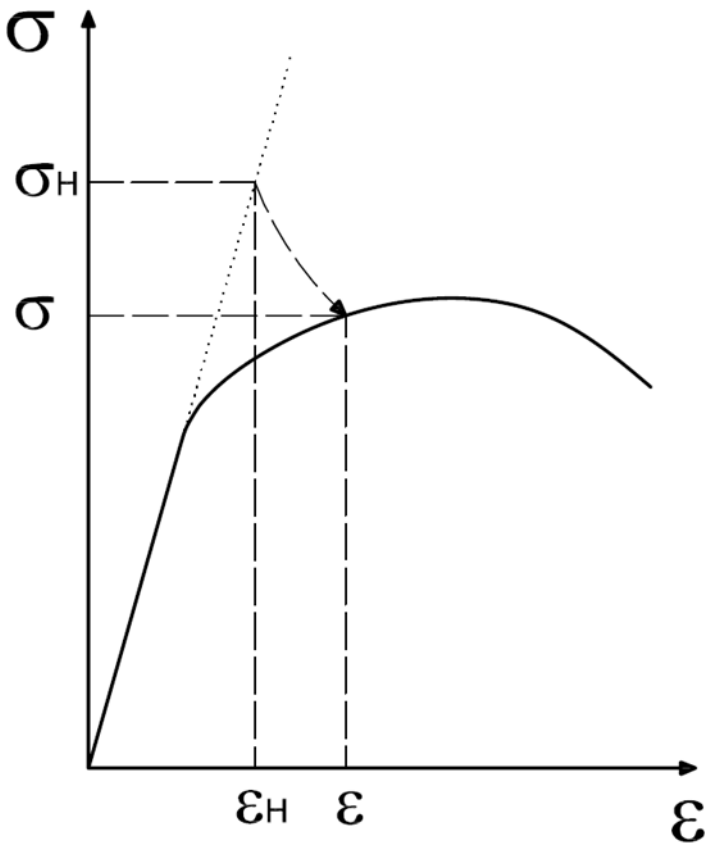
- Wenn eine singuläre Stelle vorliegt ist eine Aussage zu z.B. Spannungen, Wärmeströme, usw. (bezogene Größen !) unsinnig (Prinzip von de Saint Venant)
- Die Erfahrung zeigt aber, dass jede singuläre Stelle in Modellen in der Regel in der Realität auch problematisch sein kann
- Das kommt vor allem dadurch zustande, dass entweder nur Idealisierungen (z.B. bei Balken und Schalen-Modellen), vereinfachte Geometrie oder unrealistische Krafteinleitungen bzw. Lagerungen benutzt werden
- Solche Vereinfachungen sind oft nötig um mit den vorhandenen Rechner-Ressourcen zurecht zu kommen



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Vermeiden nicht-lineare Materialgesetze Singularitäten ?

- In der Mehrzahl werden linear-elastische Analysen in der Strukturmechanik durchgeführt
- Liegen die Gründe für eine Singularität in der Geometrie, so können auch nicht-lineare Materialgesetze diese nicht aushebeln
- Idealisierungen wie Balken, Stäbe, Schalen, Massenpunkte, usw. haben neben einer anderen „Theorie“ auch eine teilweise unrealistische Geometrie und sind per se „singularitätsgefährdet“

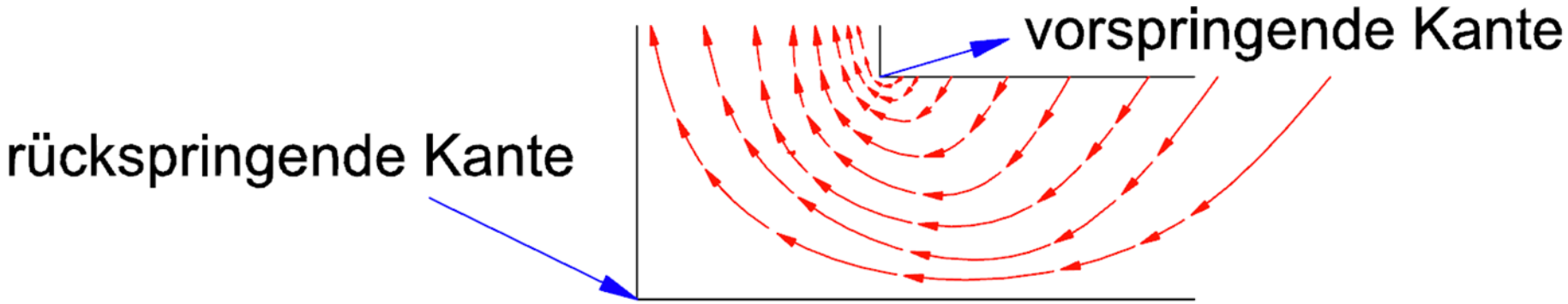


All rights reserved – Copyright per DIN 34

Arten der Singularitäten I

» Geometrisch singuläre Stellen sind u.a.:

- Vorspringende Kanten (Kerbradius Null), nicht nur Winkel größer 90°, sondern auch kleinere (relevant bis ca. 10 ° je nach Elementgröße)
- Stellen mit einem Steifigkeitssprung (z.B. Schweiß- oder Klebstellen und Lagerungen)
- Punktförmige Lasten und Lagerungen (-> Idealisierung)
- Stellen mit plötzlicher Krümmungsänderung

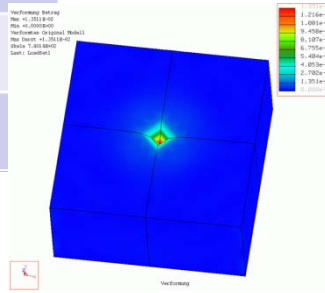


All rights reserved – Copyright per DIN 34

Arten der Singularitäten II

» Singulär bezüglich Verformungen:

	Volumenelemente	Schalenelemente	Balkenelemente
Flächenlast	Nein	Nein	-
Linienlast	Nein	Nein	Nein
Punktlast	Ja	Nein	Nein



» Singulär bezüglich Spannungen:

	Volumenelemente	Schalenelemente	Balkenelemente
Flächenlast	Nein	Nein	-
Linienlast	Ja	Nein	Nein
Punktlast	Ja	Ja	Nein

All rights reserved – Copyright per DIN 34

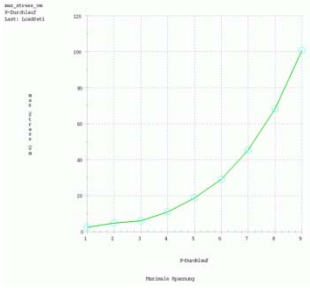
Arten der Singularitäten III

- Singulär ist damit auch immer die senkrechte oder schräge Anbindung eines Balkens an ein Volumen-Element (bezüglich Spannungen und Verformungen) und die senkrechte oder schräge Anbindung einer Schale an ein Volumen-Element (bezüglich der Spannungen)
- Singulär können in der Regel ebenfalls sein, wenn gleiche geometrische Verhältnisse vorliegen:
  - Wärmeströme
  - Kontakteigenschaften (durch Druck, Last, etc. bei zu groben Elementen)
  - Felddichten
  - Strömungsgeschwindigkeiten
  - Energiedichten

All rights reserved – Copyright per DIN 34

Wie erkennt man potentielle Singularitäten ?

- Bei konventionellen h-Methode Finite Elemente Systemen (wie z.B. ANSYS, ABAQUS, NASTRAN, etc.) sind Singularitäten schwer erkennbar, wenn keine lokale Verfeinerung der Elementierung vorgenommen wird
- Hier liefert die Darstellung der Elementspannungen maximal qualitative Hinweise (zu große Sprünge in den Spannungen von Element zu Element)
- Noch schwerer ist es nicht genügend konvergierte Spannungswerte oder gar problematische Kontaktlasten zu erkennen
- Bei der p-Methode - wie sie in MECHANICA implementiert ist - werden Singularitäten leicht durch die „Measures/Messungen“ gefunden: typische „Konvergenzkurven“ sind dann z.B. Geraden oder Parabeln:

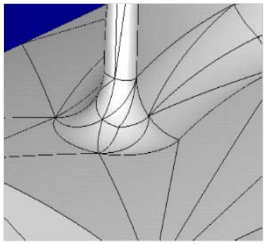


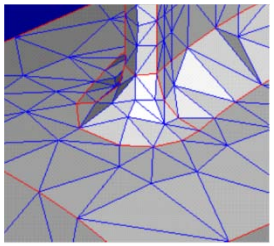
- Die Ergebnisse sind aber auch hier „falsch“

All rights reserved – Copyright per DIN 34

Maßnahmen gegen Singularitäten

- Nicht jede Singularität führt automatisch zu Problemen; z.B. punktförmige Lagerungen, die nur sehr geringe Lasten auf-nehmen, ‘merkt’ ein Berechnungssystem nicht (-> rechnen im Lastgleichgewicht)
- Ansonsten: der Einbau von z.B. Verrundungen vermeidet oft Singularitäten, kann aber größere Modelle verursachen
- Ein Vorteil von MECHANICA/Creo Simulate ist, dass sämtliche Elementkanten gekrümmt sind und damit tangentiale Übergänge leicht zu realisieren sind (keine Polygonzüge wie oft bei der h-FEM mit vielen vorspringenden Kanten) [-> dadurch 3 - 5-mal weniger Elemente bei MECHANICA, wenn gleiche numerische Qualität erreicht werden soll]
- Bei Lasten/Lagerungen: meist flächig ausführen (Achtung: es können damit bei Lagerungen - unerwünscht - Momente übertragen werden) und „gewichtete“ Verbindungen nutzen

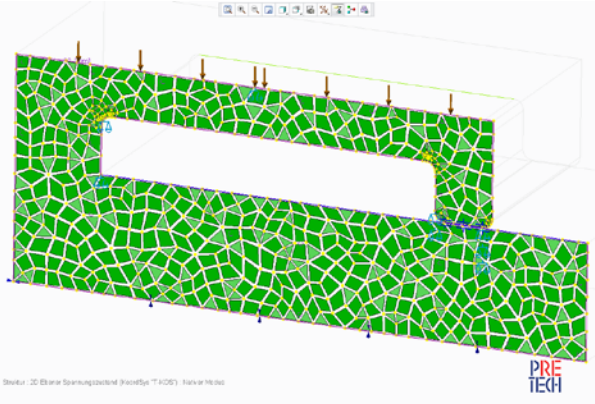




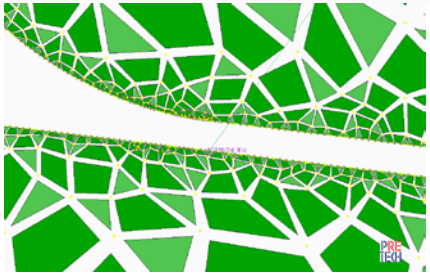
All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel I

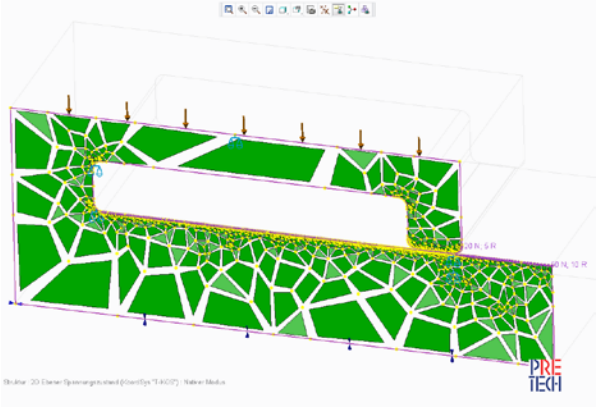
- Ebener Spannungszustand: Klemme (MECHANICA und ABAQUS)
- Was wird variiert:
  - Last: Druck und Einzellast mit 1.500 N
  - Kontaktstelle mit Verrundungen: grobe und feine Vernetzung
  - Verrundung: ja/nein
- Messungen:
  - Spannungen an Verrundungen
  - Spannungen an vorspringender Kante
  - Spannung an Einzellast
  - Spannung am Kontakt
  - Kontaktlast



„grob“



„fein“

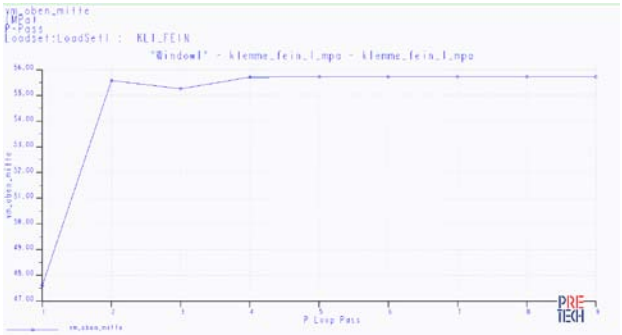


All rights reserved – Copyright per DIN 34

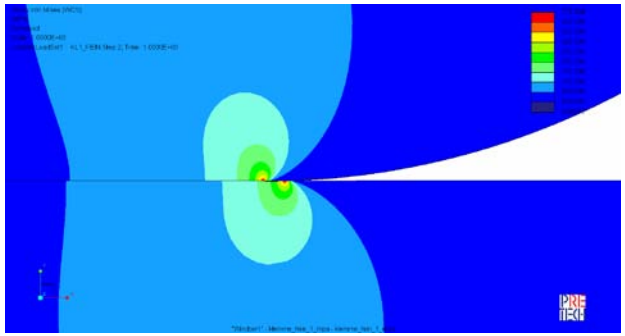
Beispiel II

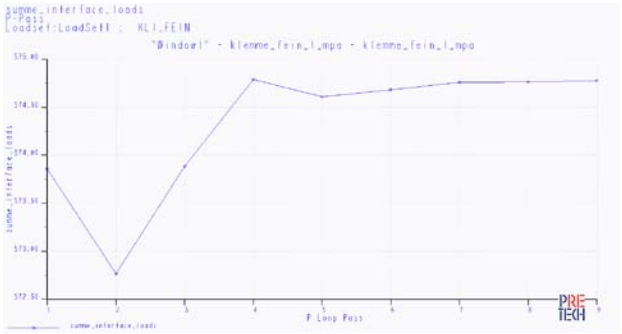
» Konvergenz in MECHANICA/Creo Simulate

- Feines Modell, mit Druckllast, Von Mises oben Mitte:



- Feines Modell, mit Drucklast, Summe Kontaktlasten:



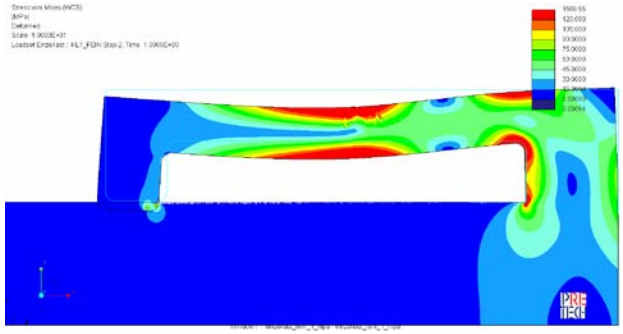


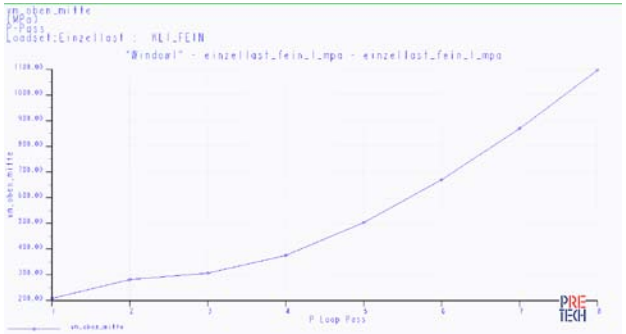
All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel III

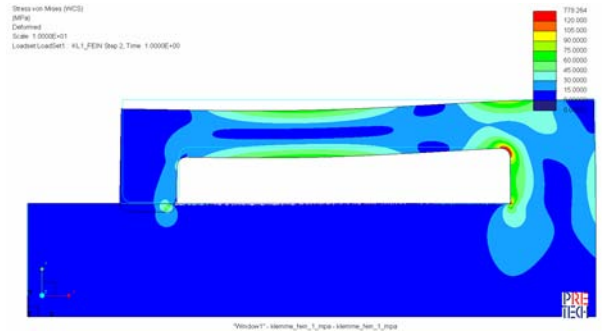
» Divergenz in MECHANICA/Creo Simulate

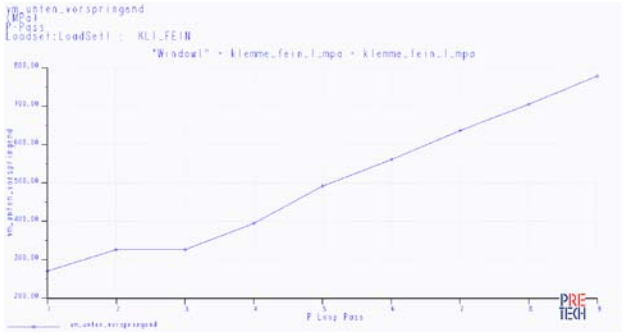
- Feines Modell, mit Einzellast, Von Mises oben Mitte:





- Feines Modell, mit Drucklast, vorspringende Kante:



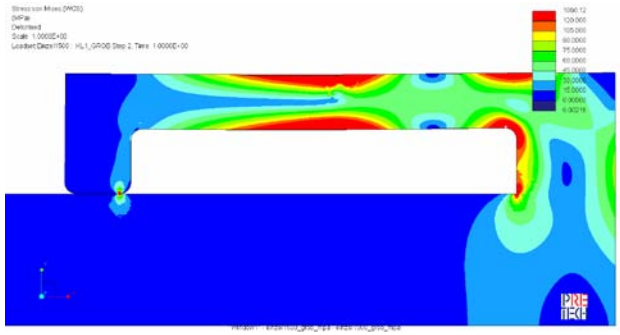


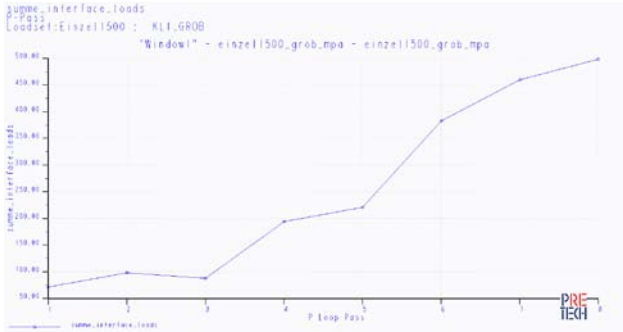
All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel IV

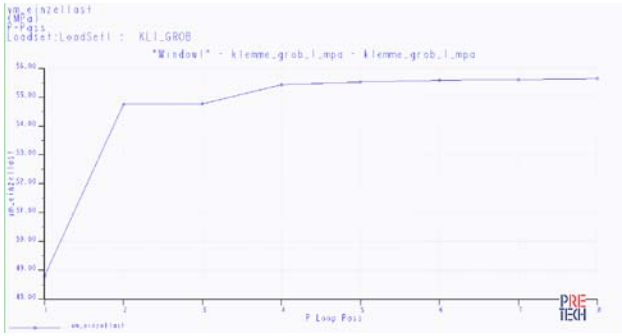
» Measure-Kurven in MECHANICA/Creo Simulate

- Grobes Modell, mit Einzellast, Kontaktlast:





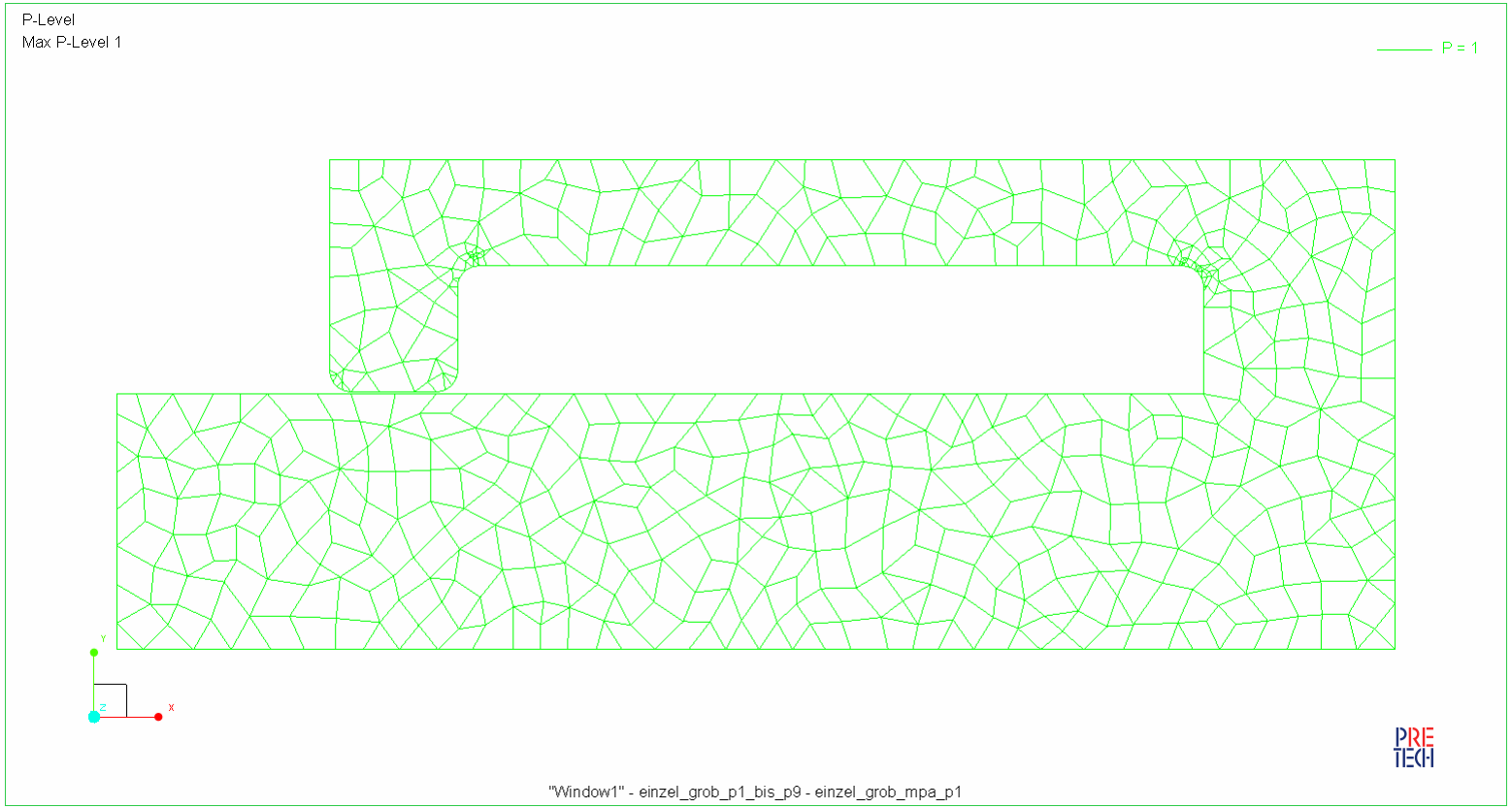
- Grobes Modell, mit Drucklast, Von Mises oben Mitte:



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

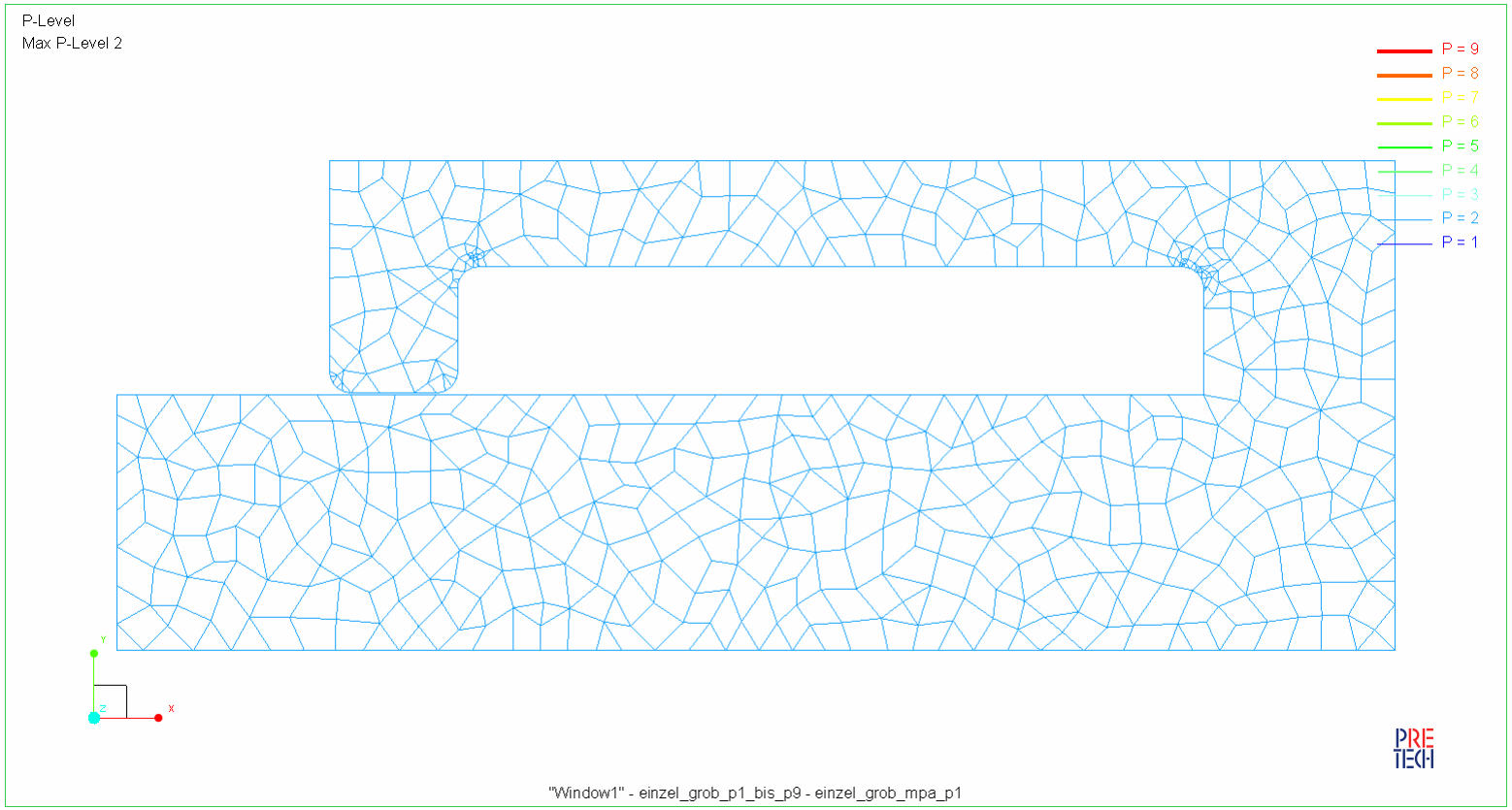
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 1. Pass: p = 1



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

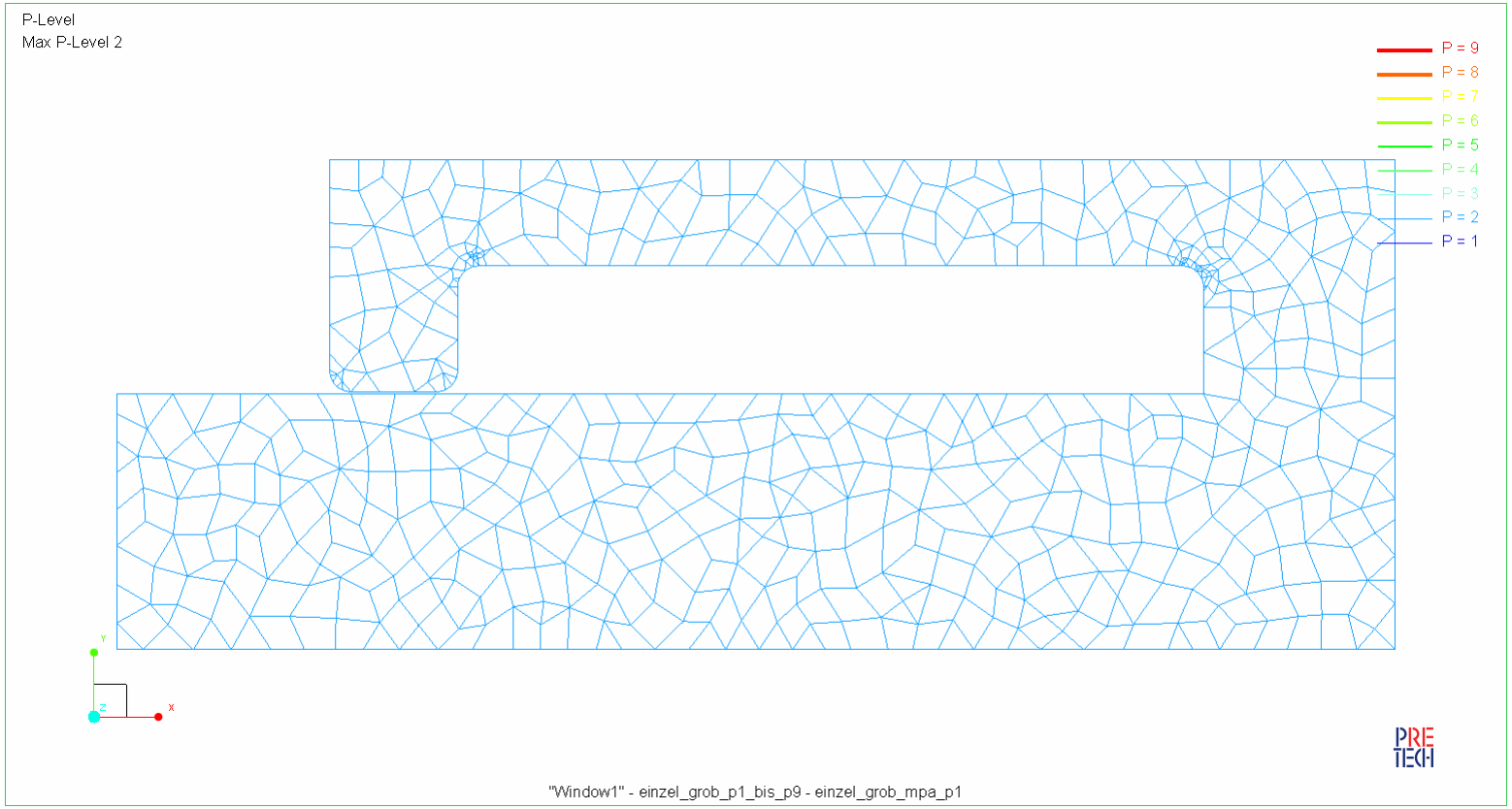
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 2. Pass: max. p = 2



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

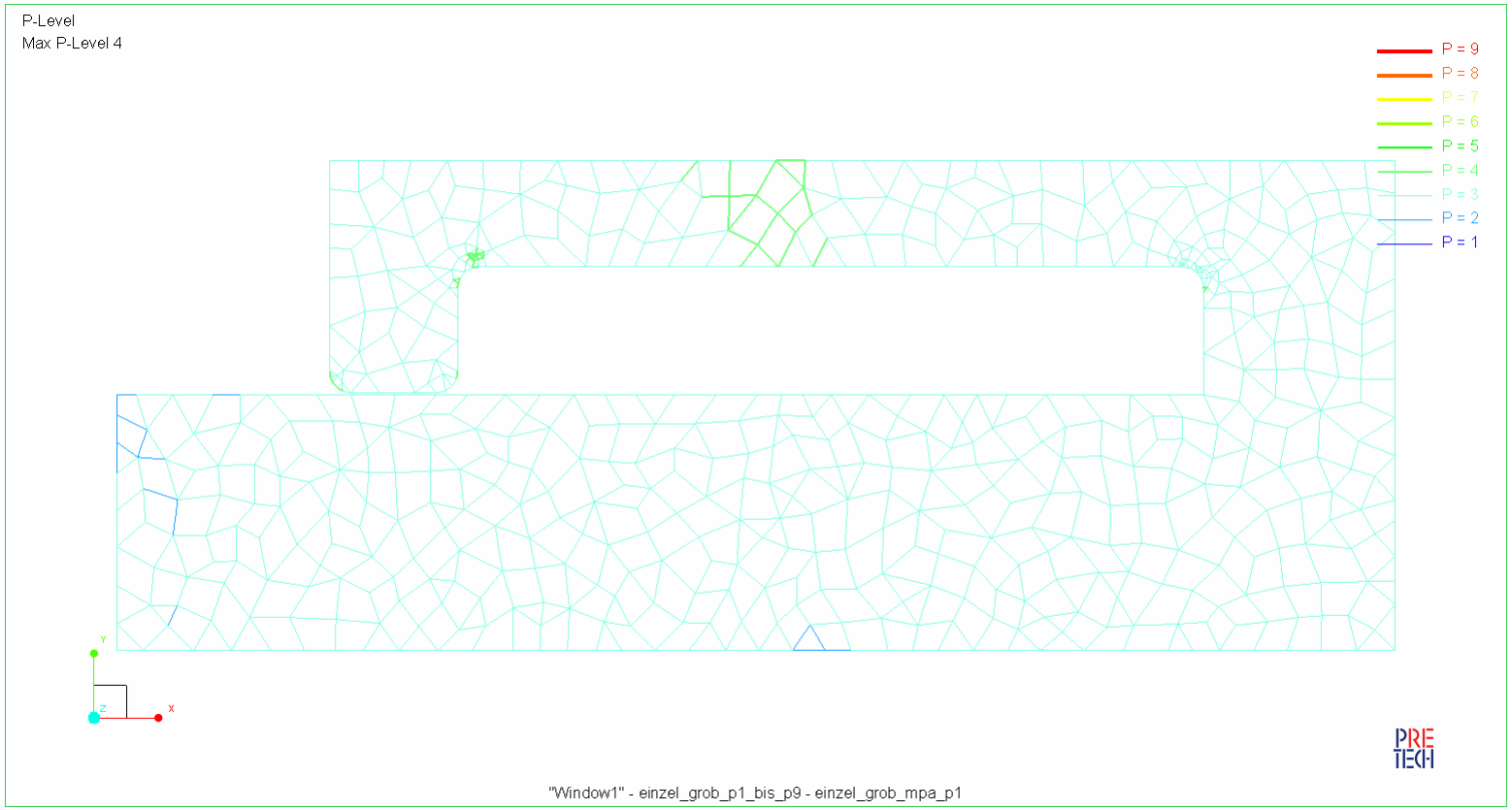
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 3. Pass: max. p = 2 (4)



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

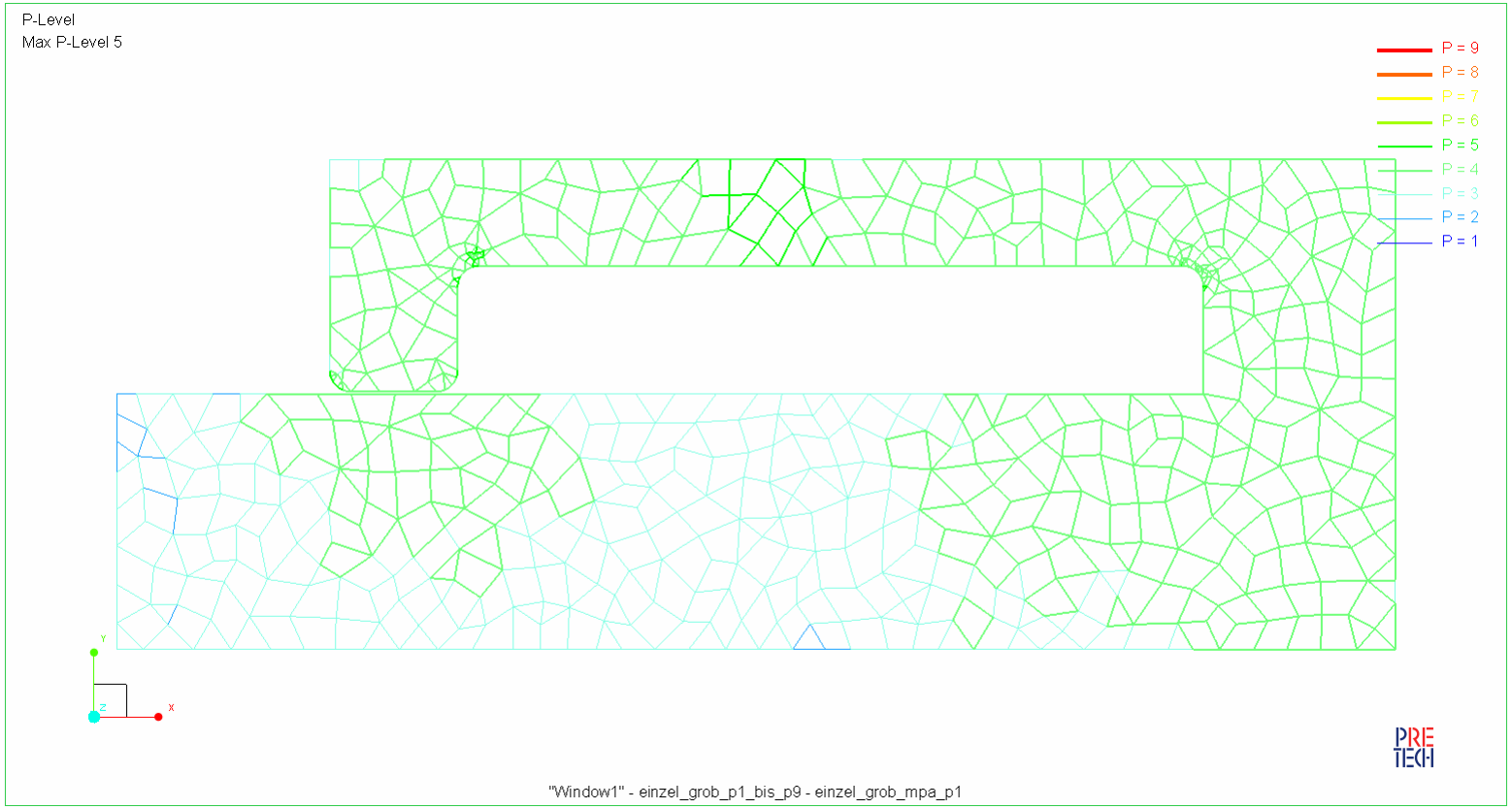
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 4. Pass: max. p = 4



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

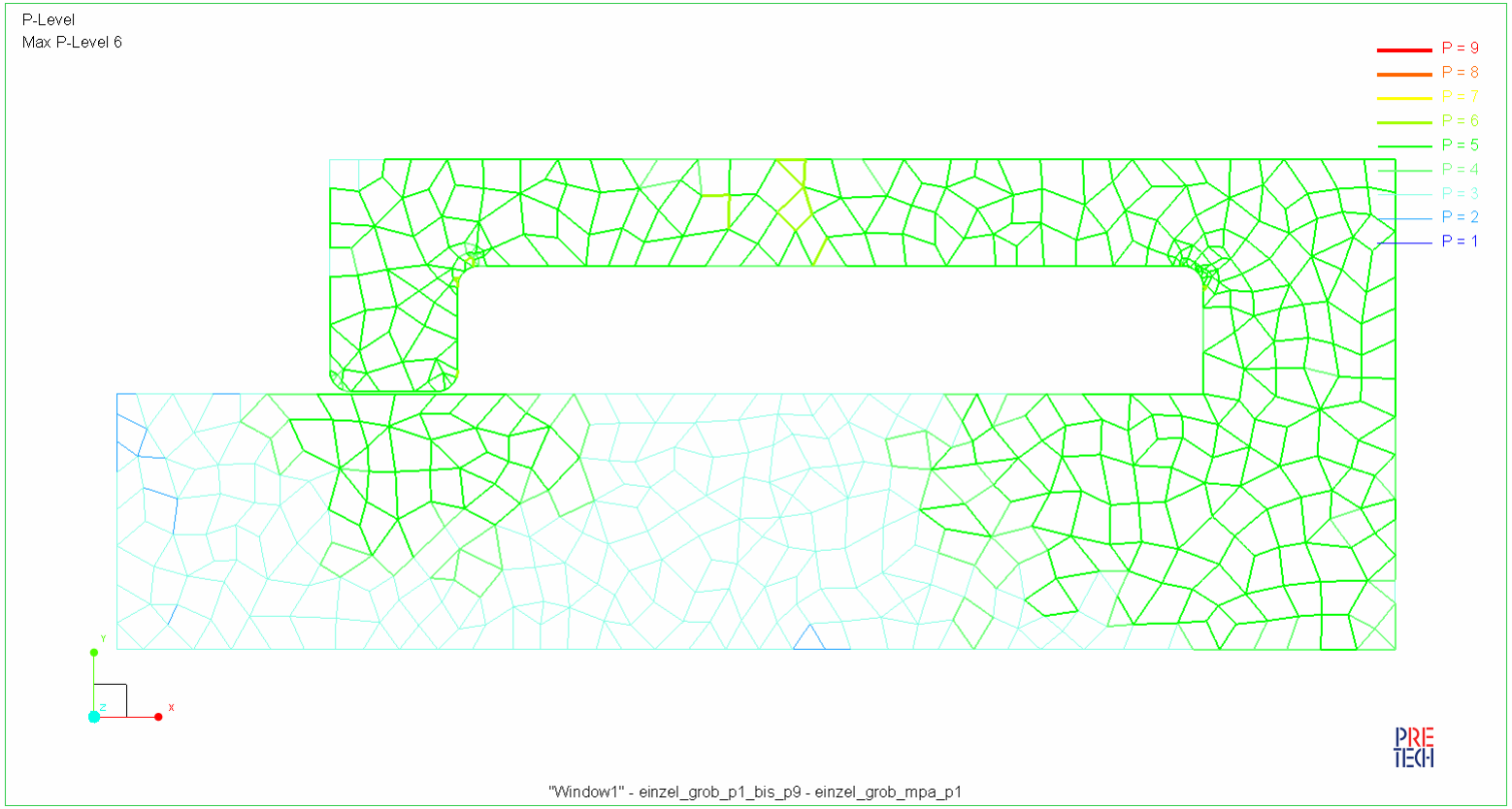
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 5. Pass: max. p = 5



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

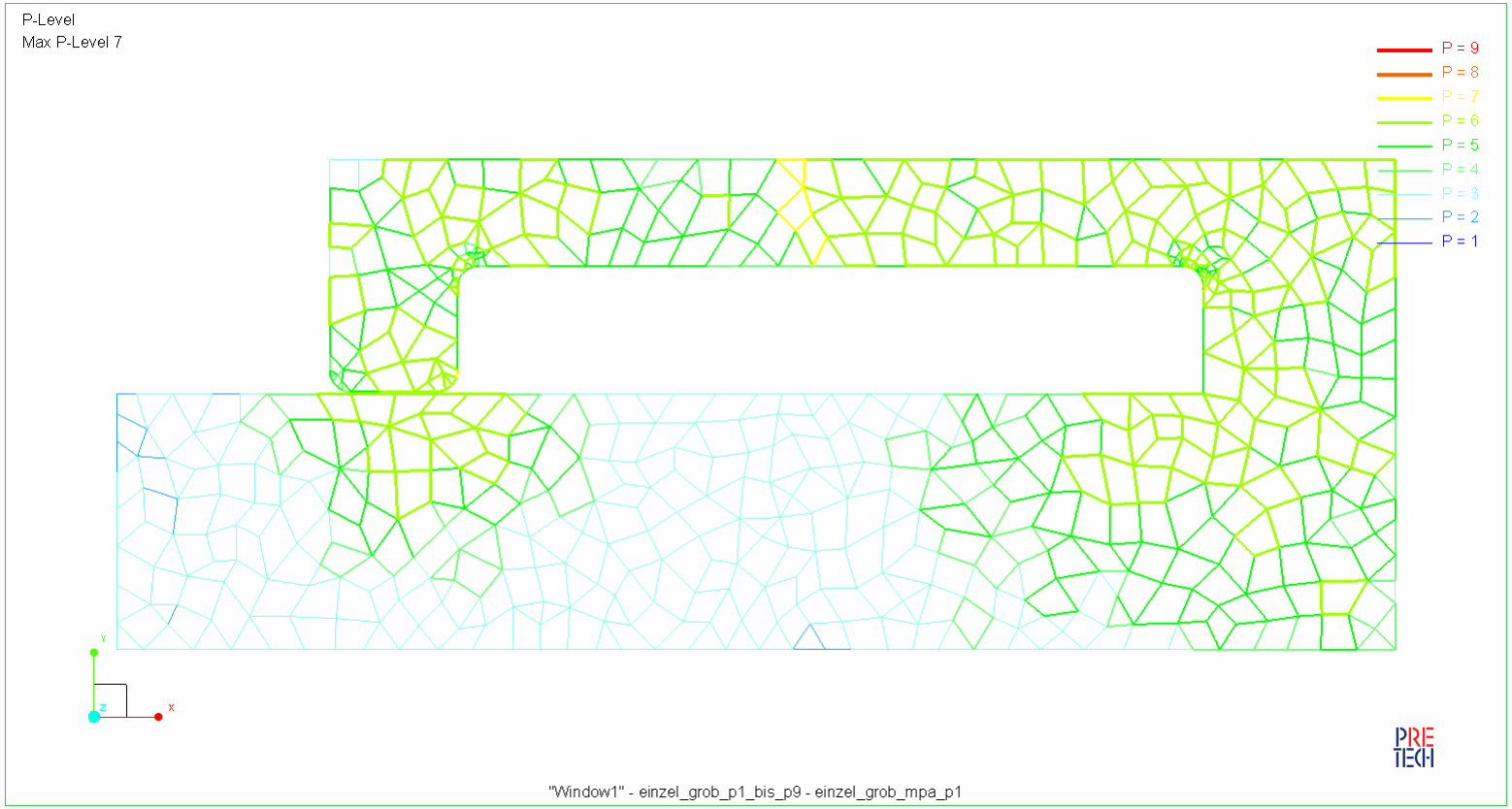
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 6. Pass: max. p = 6



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

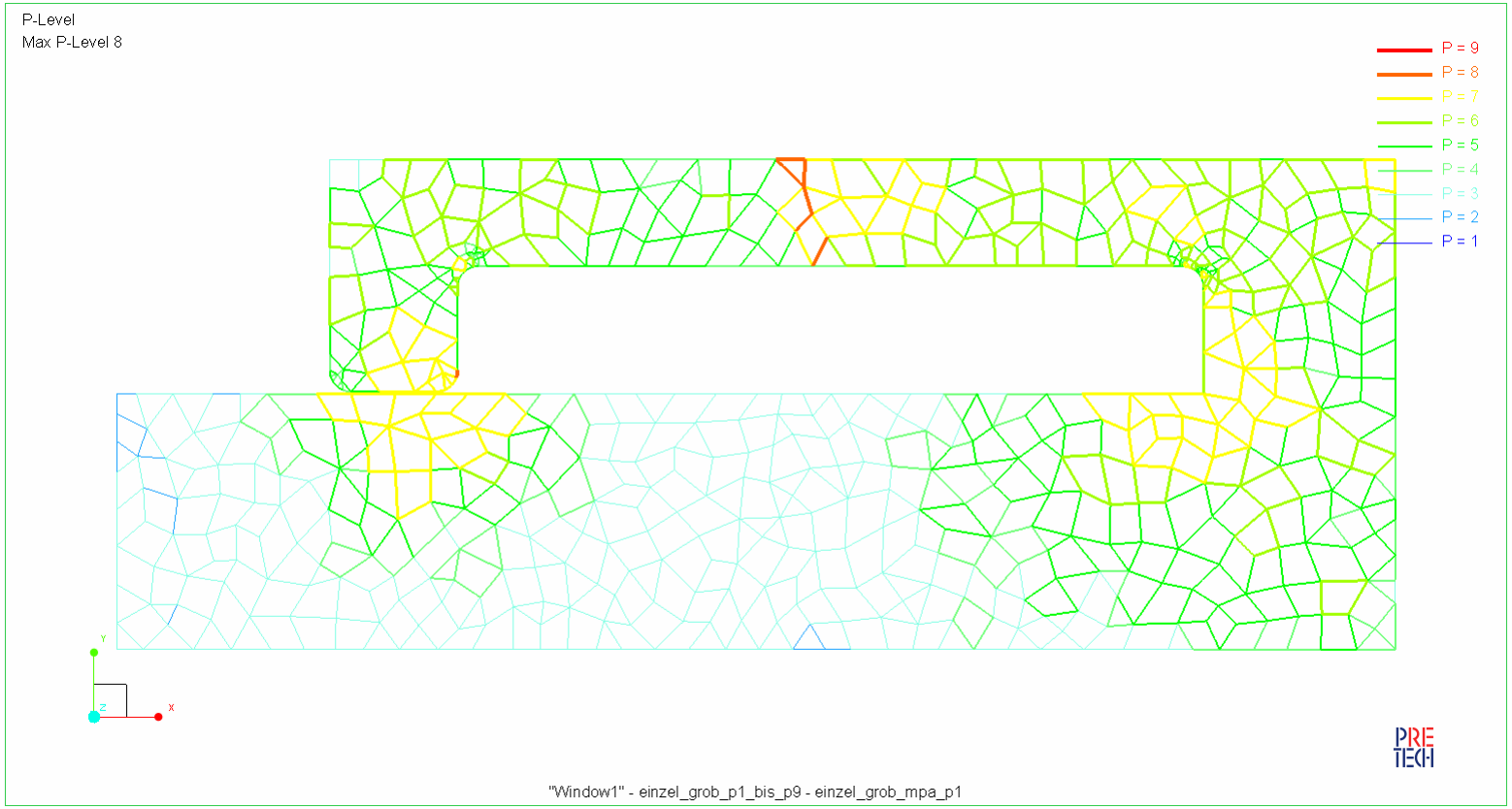
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 7. Pass: max. p = 7



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

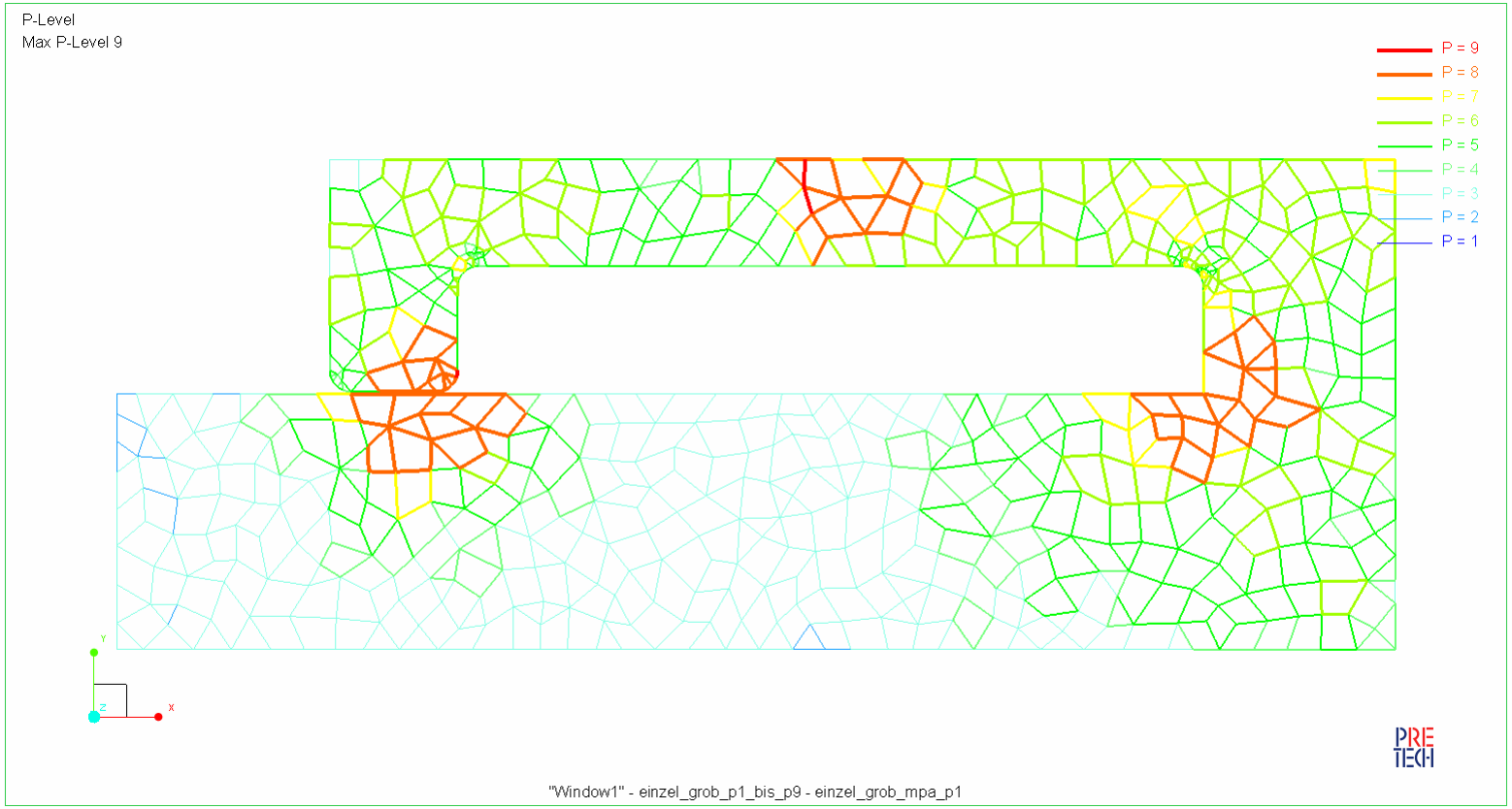
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 8. Pass: max. p = 8



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VIII

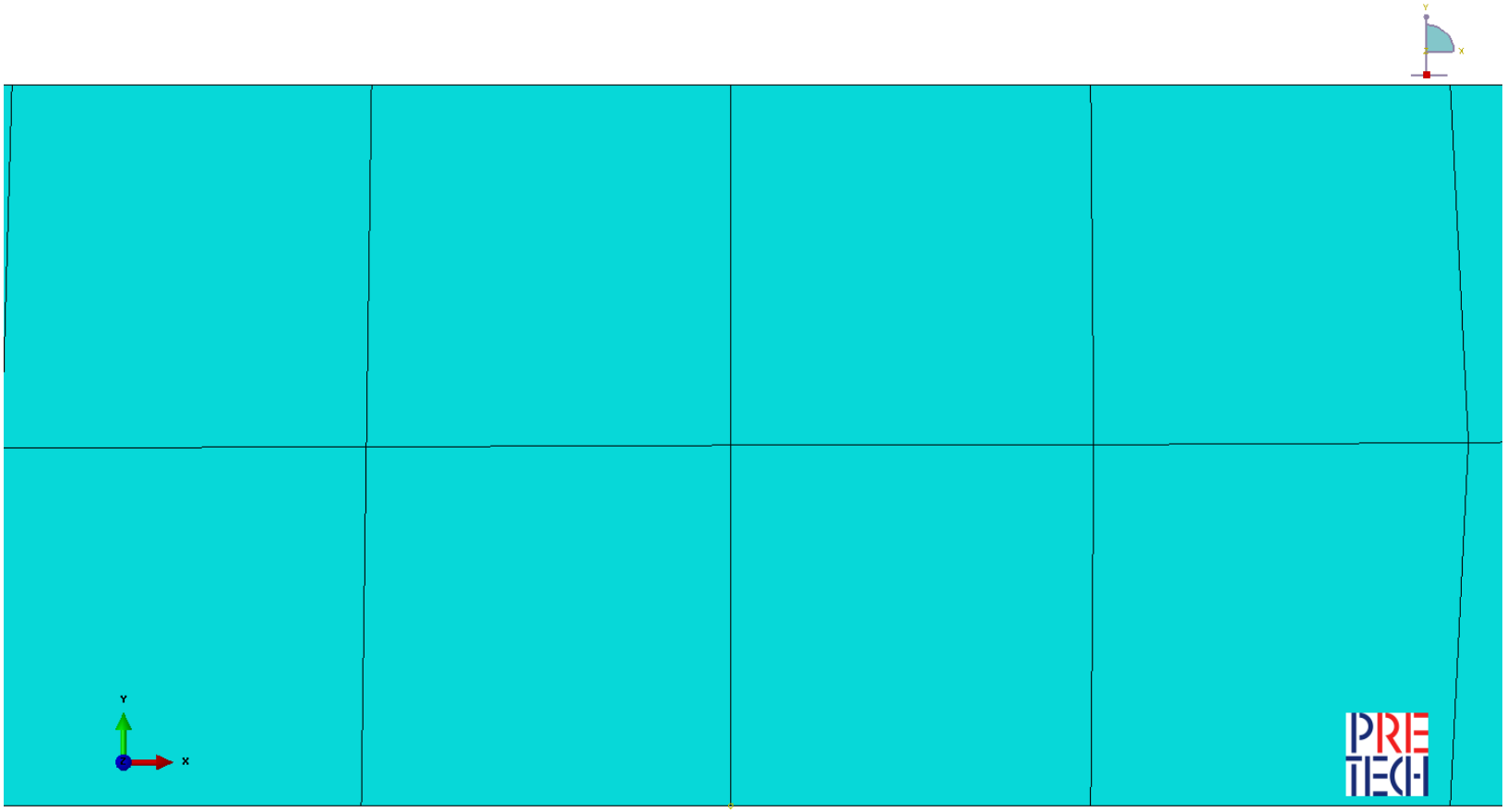
- Netzverfeinerung mit MECHANICA (Überblick), 9. Pass: max. p = 9



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VII

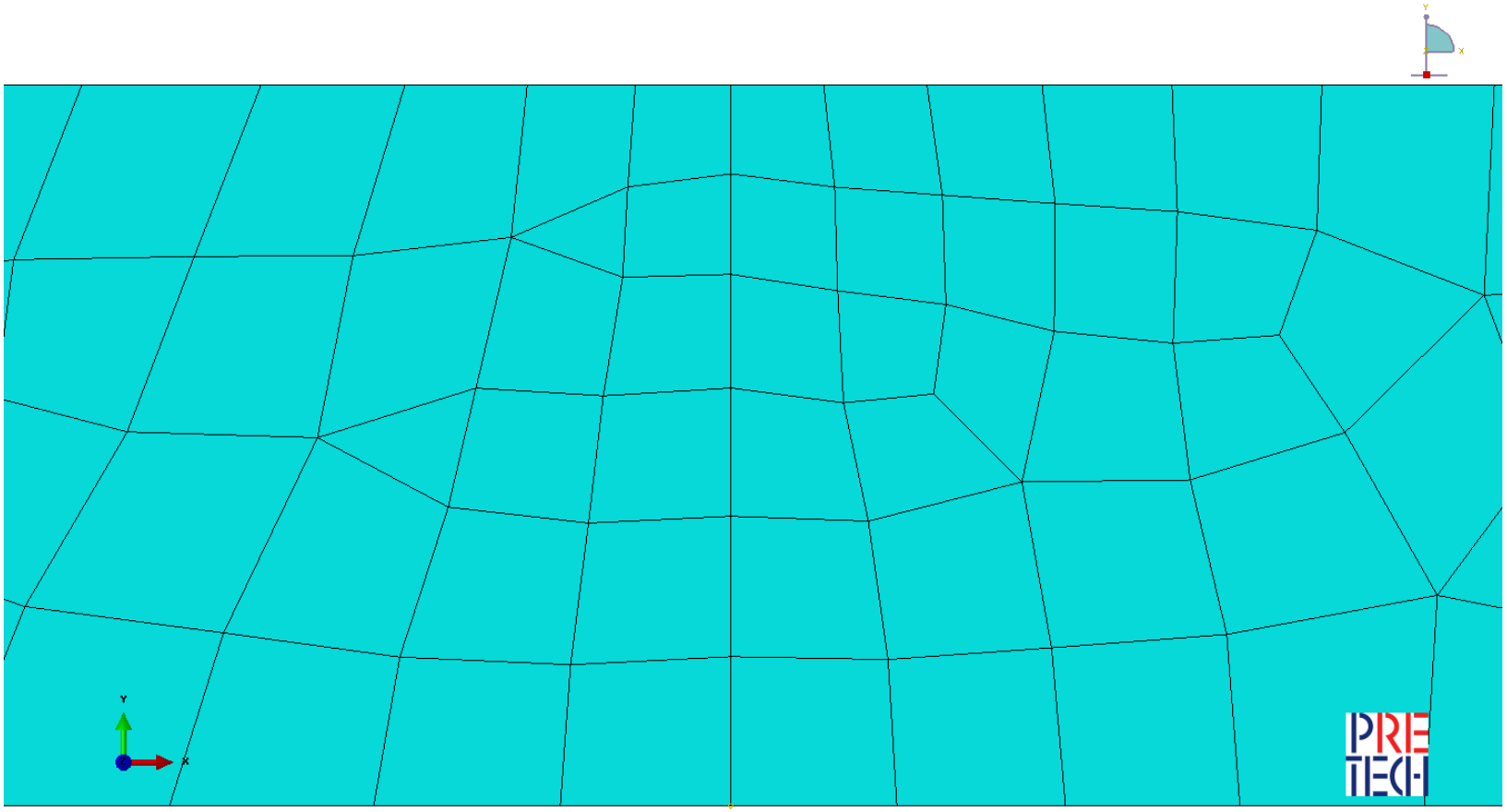
- Adaptive Netzverfeinerung mit ABAQUS (Punktlast), 1. Iteration



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VII

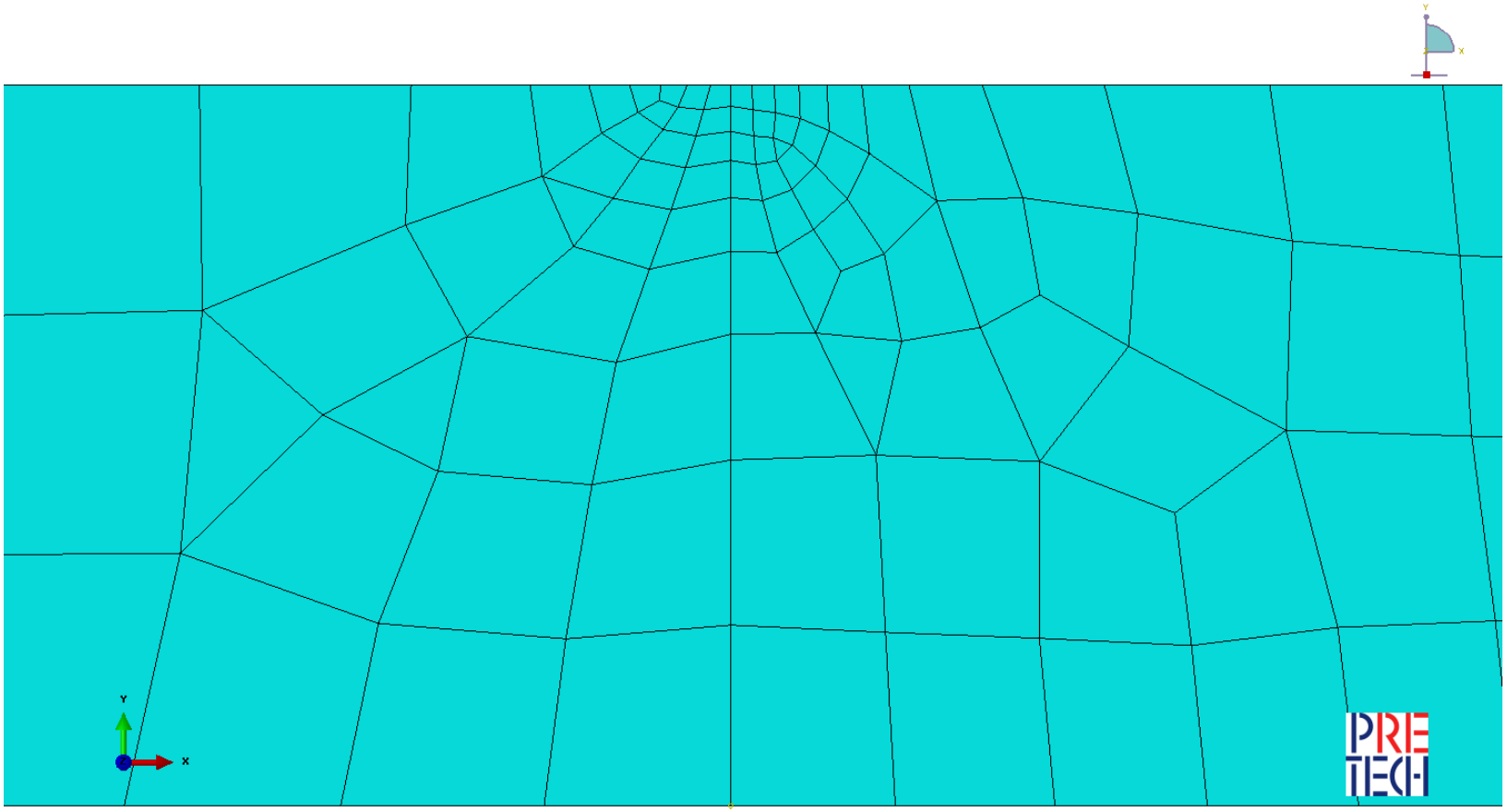
- Adaptive Netzverfeinerung mit ABAQUS (Punktlast), 2. Iteration



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VII

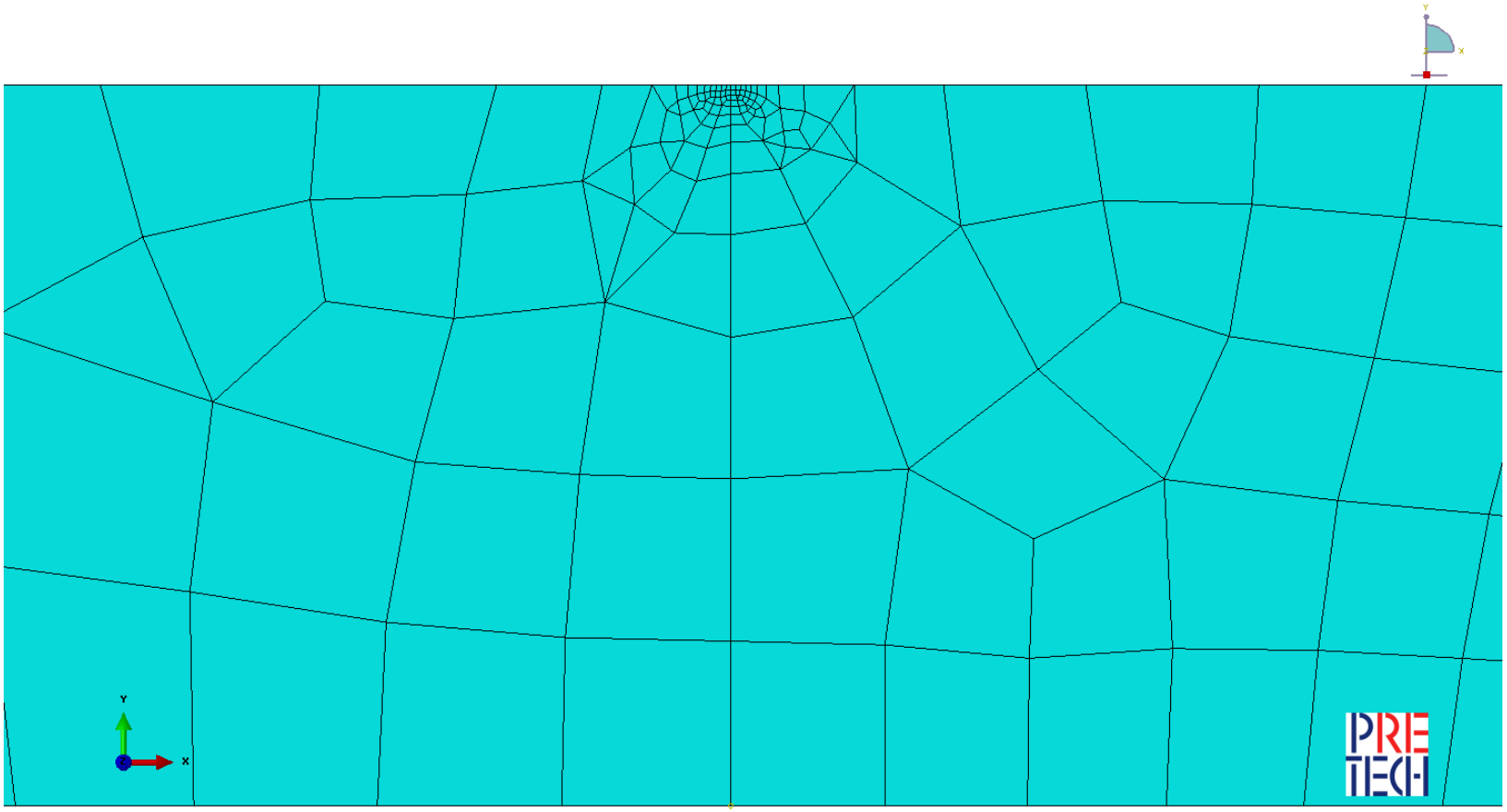
- Adaptive Netzverfeinerung mit ABAQUS (Punktlast), 3. Iteration



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VII

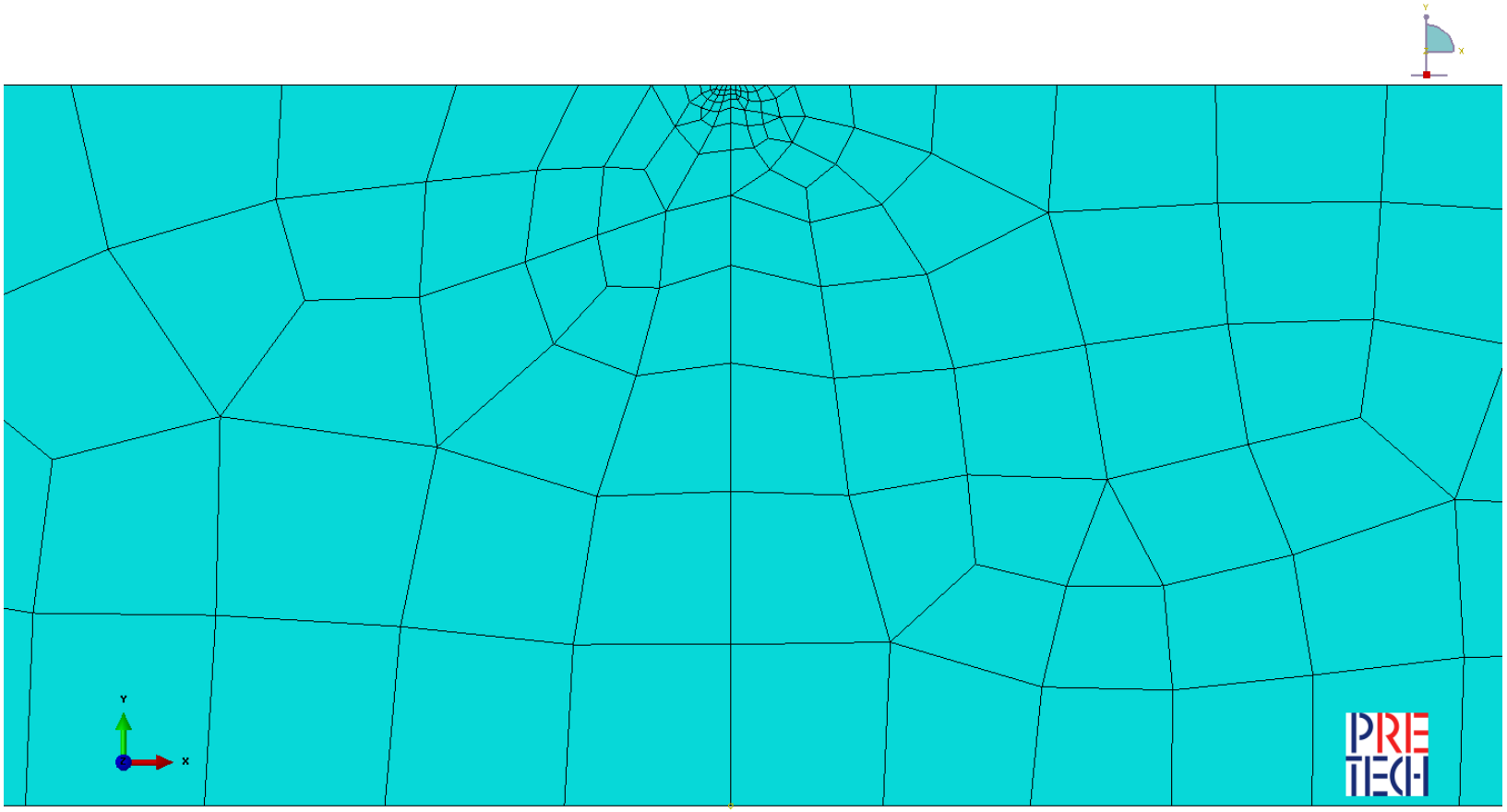
- Adaptive Netzverfeinerung mit ABAQUS (Punktlast), 4. Iteration



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VII

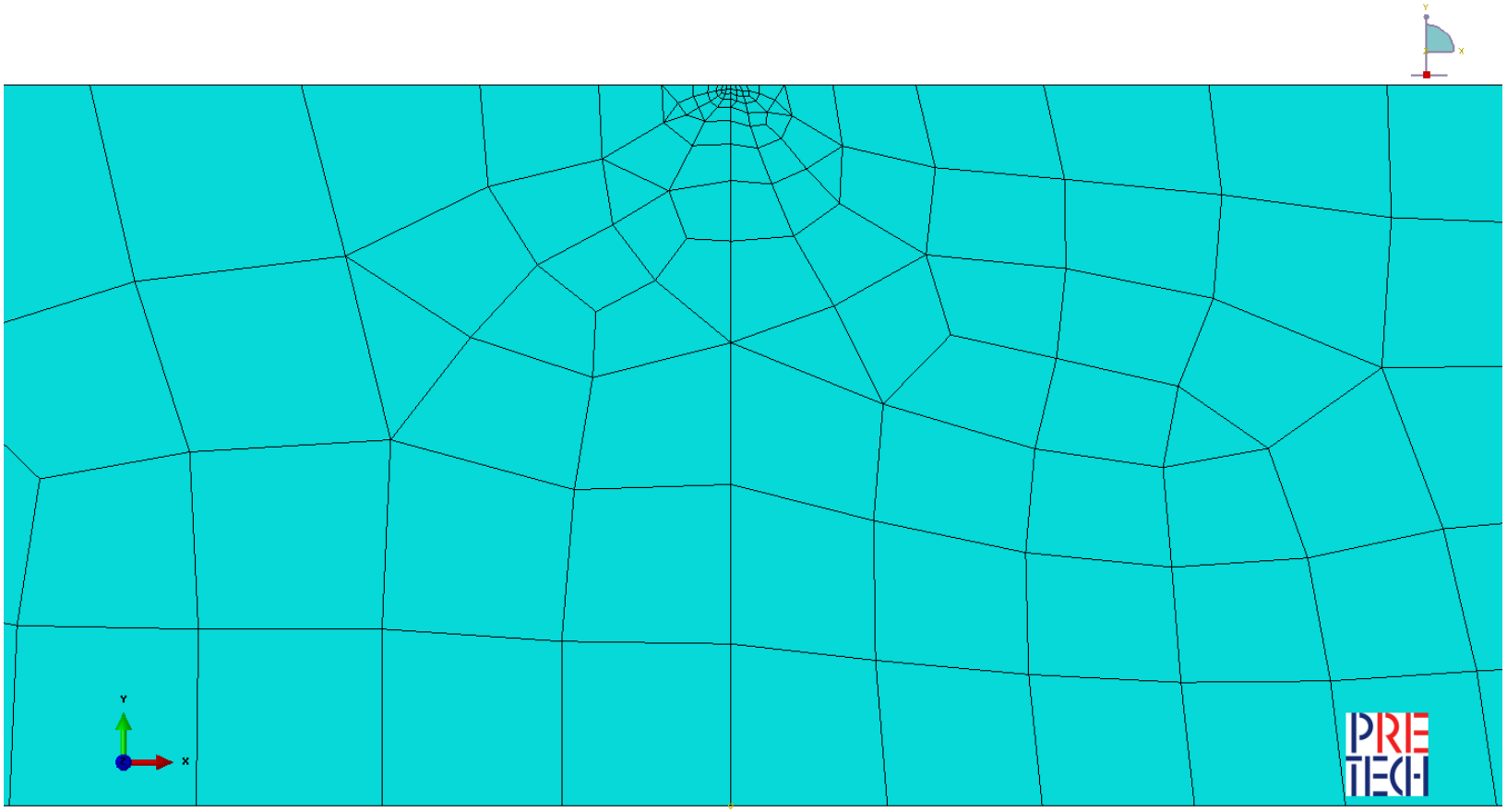
- Adaptive Netzverfeinerung mit ABAQUS (Punktlast), 5. Iteration



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VII

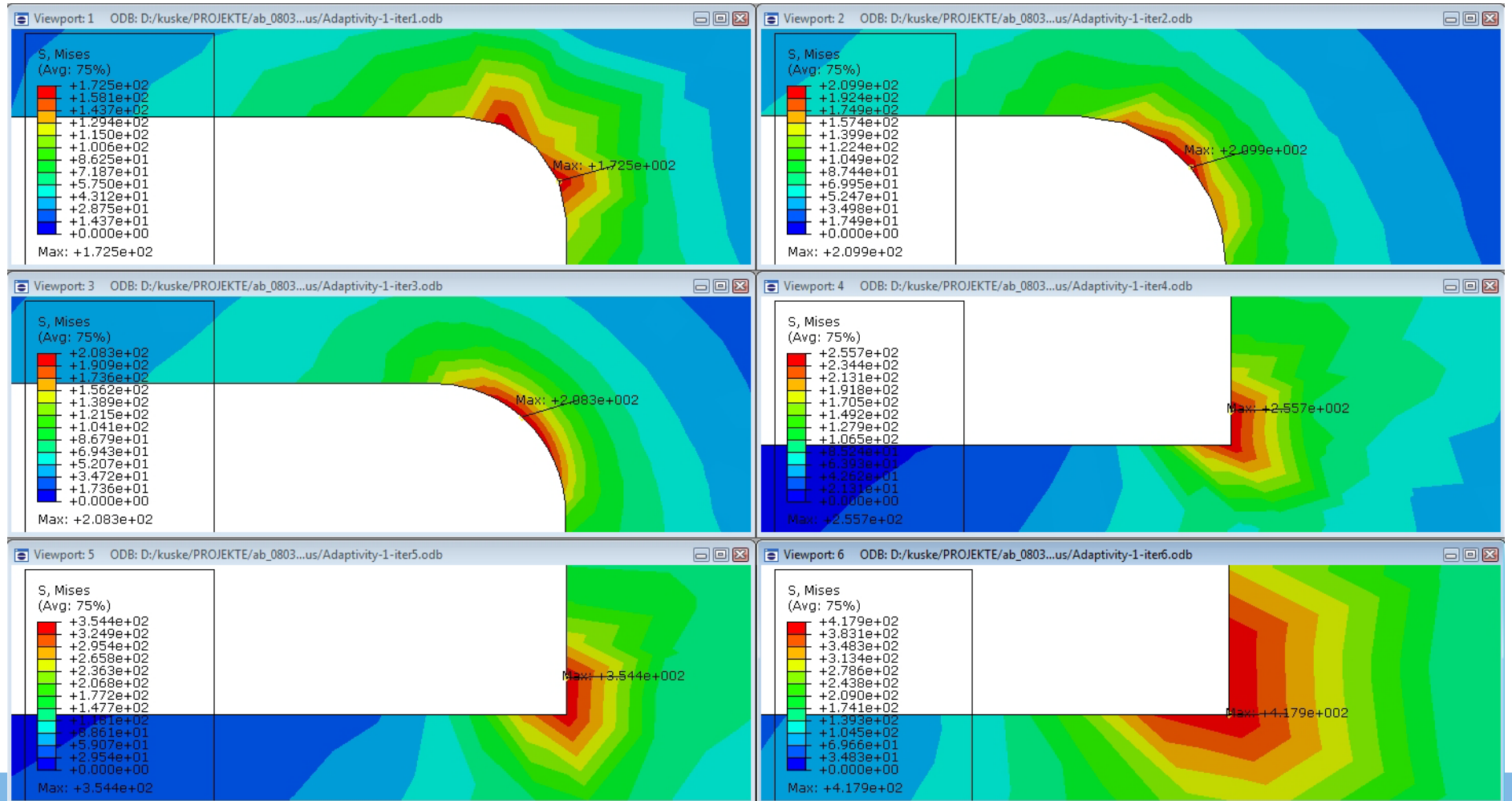
- Adaptive Netzverfeinerung mit ABAQUS (Punktlast), 6. Iteration



All rights reserved – Copyright per DIN 34

Beispiel VI

- Analysen mit ABAQUS -> Spannungen mit adaptiver Netverfeinerung



Fazit

- Jede FE-Analyse sollte mit Measures/Messungen versehen werden (wie bei einem physikalischen Versuch)
- Ein(e) Measure/Messung sagt, ob bei Netzverfeinerung/Polynomgrad-Erhöhung Konvergenz/Divergenz erreicht wird
- An kritischen Stellen die Geometrie immer realitätsnah geometrisch modellieren und fein genug (Beweise !) vernetzen
- Idealisierungen nur „dosiert“ einsetzen
- Alle relevanten Measures/Messungen prüfen (es kann z.B. die Von Mises-Spannung konvegent sein, aber die ev. wichtige maximale Schubspannung divergieren)
- Bei der h-FEM immer mindestens 2 Netze testen und vergleichen bzw. automatische Netzverfeinerung nutzen (-> viele Elemente)
- Vergleiche der Sprünge der Elementspannungen sind problematisch

All rights reserved – Copyright per DIN 34

Fragen ?
Bemerkungen ?
Kritik ?

Danke !

All rights reserved – Copyright per DIN 34